Письма в ЖЭТФ, том 36, вып. 6, стр. 214 – 216 *20 сентября 1982 г.*

ПРЕДЕЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ МАТЕРИИ КАК УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ЗАКОН ПРИРОДЫ

М.А. Марков

В статье выдвинуто положение, согласно которому плотность материи в природе всегда меньше или равна некоторой величине ρ_q, составленной из мировых констант $\rho_q = c^5 / \kappa^2 \hbar \sim 10^{94}$ г/см^3. Как пример приводится модифицированное уравнение Эйнштейна, которое при малой плотности материи $\rho \ll \rho_q$ оказывается каноническим уравнением Эйнштейна без Λ-члена. При $\rho = \rho_q$ уравнения описывают мир де Ситтера.

Предполагается, что существует универсальный закон природы, согласно которому значение плотности материи ρ всегда ограничено ее верхним значением, даваемом выражением, составленным из наиболее универсальных констант: c – скорость света, $\hbar$ – постоянная Планка и κ – постоянная гравитации:

$$\rho \leqslant \rho_q = c^5 / \kappa^2 \hbar . \qquad (1)$$

Постепенно мы узнаем, что для природы характерно ограничение существенных физических величин, как в области больших, так и в области малых их значений.

Тот факт, что скорость распространения сигнала всегда меньше или равна скорости света, привел к открытию специальной теории относительности с ее своеобразным формализмом, описывающим физический мир больших скоростей. Своеобразным формализмом описываются явления квантовой теории, где фундаментальную роль играет другой ограничивающий принцип (limiting principle), согласно которому действие A не может быть меньше, чем постоянная Планка:

$$A \geqslant \hbar .$$

В настоящее время большой популярностью пользуются такие сценарии в развитии Вселенной, в которой область вблизи классической сингулярности в своем развитии вселенная проходит в состоянии мира де Ситтера. Для мира де Ситтера характерно состояние с нарушенной энергодоминантностью [1] ($p+\epsilon < 0$, p – давление, ϵ – плотность энергии), что дает возможность избежать фундаментальную трудность космологии – появление в других случаях (т.е. когда $p+\epsilon > 0$) сингулярности как в процессе коллапса вселенной, так и в ее начальном состоянии.

Закон предельной плотности материи дает возможность написать уравнение гравитации, например [1)], в следующем виде :

$$R_\mu^\nu - 1/_2\, R\, \delta_\mu^\nu = \frac{8\pi\kappa}{c^4}\, T_\mu^\nu\, [\,1-(\rho/\rho_q)^2]^n - \Lambda(\rho/\rho_q)^{2n}\, \delta_\mu^\nu , \qquad (2)$$

$$n \geqslant 1/2 .$$

Здесь T_μ^ν – тензор энергии-импульса, Λ – некоторая постоянная.

1) В случае $(\rho/\rho_q)^2 = (\rho\kappa^2\hbar/c^5)^2 \ll 1$, иначе говоря, при $\hbar \to 0$ уравнение (2) переходит в классическое уравнение Эйнштейна:

$$R_\mu^\nu - 1/_2\, R\, \delta_\mu^\nu = \frac{8\pi\kappa}{c^4}\, T_\mu^\nu . \qquad (3)$$

2) В случае предельно большой плотности материи

$$(\rho/\rho_q)^2 = 1$$

уравнение (2) описывает мир де Ситтера:

$$(\rho/\rho_q)^2 = 1 ; \qquad R_\mu^\nu - 1/_2\, R\, \delta_\mu^\nu + \Lambda\delta_\mu^\nu = 0 . \qquad (4)$$

---

1) Пример показывает, что принцип предельной плотности действительно может быть методическим принципом в будущих поисках реального формализма.

Запись уравнения типа (2) можно дать в ковариантной форме, заменив плотность ρ, например, следом тензора энергии-импульса $\rho = T^{\nu}_{\mu} / c^2$, т.е. скалярной кривой

$$R = -\frac{8\pi\kappa}{c^4} T = \frac{8\pi\kappa}{c^2}\rho . \qquad (5)$$

Но, по-видимому, целесообразнее всего обсуждаемый предельный принцип выразить на геометрическом языке, например, соотношением

$$D = R_{\mu\nu\delta\lambda} R^{\mu\nu\delta\lambda} \leqslant 1 / l_0^4 . \qquad (6)$$

Теперь уравнение (2) переписывается в виде

$$R^{\nu}_{\mu} - 1/2\, R\, \delta^{\nu}_{\mu} = \frac{8\pi\kappa}{c^4} T^{\nu}_{\mu} (1 - D l_0^4)^n - \Lambda (D l_0^4)^n \delta^{\nu}_{\mu} , \qquad n \geqslant 1/2 . \qquad (7)$$

Здесь $l_0 = \sqrt{\hbar\kappa / c^3}$ – длина Планка.

Обозначая левую часть уравнения (7) через G^{ν}_{μ}, а правую часть через B^{ν}_{μ}, мы получаем добавочное уравнение в виде ковариантной дивергенции правой части уравнения (7)

$$B^{\nu}_{\mu;\nu} = 0 . \qquad (8)$$

Уравнение (8) является следствием известного свойства левой части уравнения Эйнштейна:

$$G^{\nu}_{\mu;\nu} = 0 .$$

Уравнение (8) приводит к тому, что ковариантная дивергенция тензора энергии-импульса не обращается в нуль:

$$T^{\nu}_{\mu,\nu} \neq 0. \qquad (9)$$

Уравнение (9) описывает процесс исчезновения материи (тензора T^{ν}_{μ}) при возникновении мира де Ситтера. Или употребляя более современную терминологию, уравнение (9) описывает превращение материи в вакуумообразное состояние мира де Ситтера.

Мир де Ситтера, как известно, является нестабильным. Уравнение состояния в этом мире ($p + \epsilon < 0$) является макроскопическим аналогом перегретой жидкости или переохлажденного пара. Уравнение типа (2) и (7) приспособлено к описанию осциллирующей вселенной [1)].

Как известно, уравнения, содержащие в правой части уравнения Эйнштейна инварианты типа (6) : R; $R_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$; $R_{\mu\nu\lambda\delta} R^{\mu\nu\lambda\delta}$ широко рассматриваются в литературе (см. [2]). Там идет речь о замене в правой части уравнения Эйнштейна T^{ν}_{μ} на вакуумные средние значения $< T^{\nu}_{\mu} >_{ren}$. Обычно речь идет об однопетлевом приближении, законность которого ограничивается условием

$$R_{\mu\nu\lambda\delta} R^{\mu\nu\lambda\delta} < 1 / l_{\rm pl}^4 . \qquad (10)$$

Вакуумные средние описывают эффекты поляризации в сильных гравитационных полях и эффекты рождения частиц. Получаемые выражения для $< T^{\nu}_{\mu} >$ требуют процедур удаления расходимостей путем различных методов ренормализации.

Следует заметить, что закон предельной плотности формулируется нами как универсальный закон. Таким образом, этот закон должен выполняться для всех полей. Другими словами, уравнения конкретных полей должны соответствующим образом модифицироваться, не допуская плотностей энергии (массы) больше критической. Уравнения для всех полей должны быть нелинейными. Можно говорить о некоторой аналогии развиваемых здесь идей с идеями формализма Борна – Инфельда в нелинейной классической электродинамике [3]. Соответствующий лагранжиан гравитационного поля мог бы быть записан, например, в виде $L = \Lambda (1 - \sqrt{1 + 2 R l_0^2})$ или $L = \Lambda (1 - \sqrt{1 + 2 R l_0^2 - D l_0^4})$.

---

1) Для варианта вечно осциллирующей вселенной необходимо, чтобы каждый цикл осцилляции начинался с одним и тем же значением энтропии, т.е. с одними и теми же параметрами мира де Ситтера.

Существенным принципиальным отличием является то, что уравнения всех полей нелинейны лишь в рамках формализма общей теории относительности. Лишь в рамках общей теории относительности возникает константа предельной плотности или длина Планка, на которой должны обрезаться все расходимости. С этой точки зрения естественно полагать, что вычисления вакуумных средних в таком формализме не должны содержать бесконечностей. Но возможно, что замкнутая теория всех полей (Великое объединение) должна своим специфическим механизмом изгнать все расходимости, кроме логарифмических. Для степенных расходимостей глубокое обрезание на планковской длине может дать конечные, но слишком большие значения.

Таким образом, старые соображения [4,5] о рещающей роли гравитации в проблеме расходимостей, возможно, имеют под собой реальные основания.

Литература

1. *Hawking S.W., Ellis G.F.* The Large Scale Structure of Space-Time. Cambridge University Press, 1973
2. *Мостепаненко В.М.* ЯФ, 1980, **31**, 1690; *Мамлев С.Г., Мостепаненко В.М.* ЖЭТФ, 1979, **78**, 20; *Старобинский А.А.* Письма в ЖЭТФ, 1979, **30**, 79; *Старобинский А.А.* Phys. Lett., 1980, **91 B**, 99.
3. *Born M., Infeld L.* Proc. Roy. Soc., 1934, **147**, 522.
4. *Марков М.А.* ЖЭТФ, 1947, **17**, 848.
5. *Ландау Л.Д., Абрикосов А.А., Халатников И.М.* ДАН СССР, 1954, **95**, 1177.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 августа 1982 г.